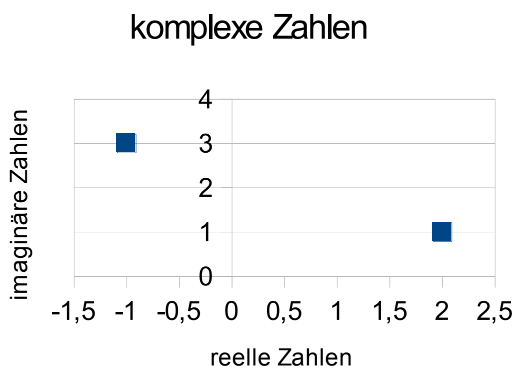
Protokoll vom 29.10.14 Name: Mark A. Schäfer

Exkursion in die Theorie des komplexen Zahlenraumes



$z_1 = 2+i$
$z_2 = -1+3\mathrm{i}$

$z_1 + z_2 = (2+i)+(-1+3\mathrm{i}) = 1+4\mathrm{i}$

$z_1 \cdot z_2 = (2+i)\cdot(-1+3\mathrm{i})$
$z_1 \cdot z_2 = -2-i+6\mathrm{i}-3 = -5+5\mathrm{i}$

$|z_1| = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$

$z = (Länge \cdot Winkel)$ $z_1 = \sqrt{5} \cdot \arctan(\frac{1}{2})$ (Polarkoordinatendarstellung)

Ohne Nachweis

$|z_1 \cdot z_2| = \sqrt{(-5)^2 \cdot 5^2} = \sqrt{50};$ $Phi = \arctan(\frac{5}{5}) = 135°$

$z_1 \cdot z_2 = (|z_1| \cdot |z_2|; phi_1 \cdot phi_2) = (\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}; 26{,}6° + 108{,}5°) = (7{,}07; 135{,}1°)$

Hauptsatz der Algebra

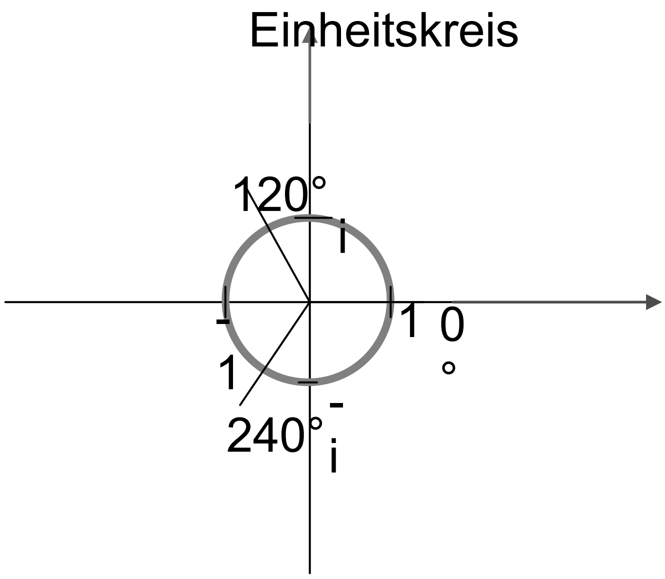
$z = (|z| / Phi)$

=> $z^n = (|z^n|; k \cdot n \cdot Phi)\ k = 1 \ldots n$

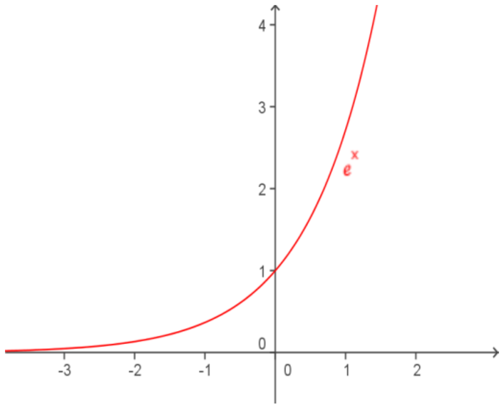
z.B.: $\sqrt[3]{1} = (1; 360°)$

$\sqrt[3]{1} = (\sqrt[3]{1}; 120° \cdot 1) = (\sqrt[3]{1}; 120° \cdot 2) = (\sqrt[3]{1}; 120° \cdot 3)$

=> $\sqrt[n]{z} = (\sqrt[n]{z}; \frac{1}{n} \cdot Phi)$



Die komplexe Funktion



Quelle:exbook.de

komplexe Funktion

1.Ableitung $(\dot{e}^{ix})=i\cdot e^{ix}$ $(\dot{\sin}(x))=\cos(x)$ $(\dot{\cos}(x))=-\sin(x)$

2.Ableitung $(\ddot{e}^{ix})=i^2 e^{ix}=-e^{ix}$ $(\ddot{\sin}(x))=-\sin(x)$ $(\ddot{\cos}(x))=-\cos(x)$

Die Dgl. $(\ddot{f})=f$ hat als die Lösung $f(x)=\sin(x);\, f(x)=\cos(x);\, f(x)=e^{ix}$

Definition: $e^{ix}=\sin(x)+i\cdot\cos(x)$

damit $(\dot{e}^{ix})=\cos(x)-i\cdot\sin(x)$ => erfüllt die Dgl. $\ddot{f}=-f$

$(\ddot{e}^{ix})=-\sin(x)-i\cdot\cos(x)=-e^{ix}$

$e^{ix}\, mit\, |e^{ix}|=\sqrt{\sin(x)^2+\cos(x)^2}=1$