

OW_06_07	Optik und Wellen Fermatsches Gesetz	GK/LK
----------	--	-------

Unterrichtliche
Voraussetzungen: Brechungsgesetz
Fermatsche Prinzip

Literaturangaben:

Verfasser: Peter Bastgen
Gymn. Erfstadt Lechenich
Dr. Jos. Fieger Straße
50374 Erfstadt

LK	Physik	Jgst:	Klausur-Nr.	Datum:
----	--------	-------	-------------	--------

Aufgabe

Fermat äußerte 1662 die These, daß sich Licht in optisch dichteren Medien langsamer ausbreite, als im Vakuum. Bis dahin galt die Anschauung von Descartes, der postulierte, daß Licht z.B. in Glas schneller sei, als in Luft.

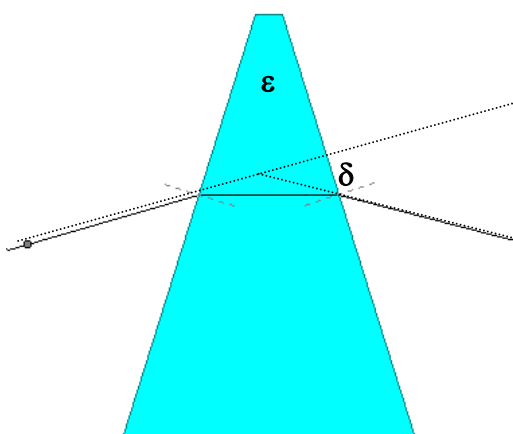
Fermat löste durch eine Extremwertrechnung das folgende Problem. Gegeben seien zwei aneinandergrenzende Medien verschiedener optischer Dichte (wie z.B. im Programm "Das Brechungsgesetz"). Wählt man je einen Punkt in den beiden Medien, so kann man diese durch unendlich viele Wege miteinander verbinden, die in den Medien gerade verlaufen und an der Trennfläche geknickt, d.h. gebrochen werden. Das Licht wählt nun gerade jenen Weg, für den die Laufzeit zwischen den beiden Punkten minimal wird.

Fermat geriet über dieser Herleitung des Brechungsgesetzes mit den Kartesianern in Konflikt, die einerseits seiner Auffassung von der im optisch dichteren Medium geringeren Lichtgeschwindigkeit widersprachen und andererseits das Minimalprinzip als Verirrung angriffen, in der Fermat fälschlicherweise moralische Prinzipien in die Physik einfließen ließe, wo diese nichts verloren hätten.

Fermat verteidigt sich in einem Brief an Clerselier vom 21. Mai 1662:

"Ich habe ... Ihnen zu wiederholten Malen gesagt, daß ich nicht behaupte und auch nie behauptet habe, in die Geheimnisse der Natur eingeweiht zu sein, deren Wege dunkel und verborgen sind. Ich habe es nie unternommen, in sie einzudringen; ich habe der Natur bezüglich der Lichtbrechung bloß eine bescheidene Hilfe geometrischer Art angeboten, in der Annahme, sie käme ihr zustatten. Da Sie nun, meine Herren, mir versichern, die Natur käme auch ohne diese Hilfe zurecht und es stelle sie der Strahlengang, den Descartes ihr vorgezeichnet hat, zufrieden, so will ich gerne auf diesen angeblichen Sieg in der Physik verzichten; es wird mir genügen, im Besitz eines reinen und abstrakten geometrischen Problems zu verbleiben, das allerdings gestattet, die Bahn eines Körpers zu bestimmen, die zwei verschiedene Medien durchsetzt..."

(zit. nach Simonyi, Kulturgeschichte der Physik, Harri Deutsch 1990)



Aufgabe

- a) Bestimmen Sie für nebenstehende Anordnung den Brechungsindex des Prismas. Gehen Sie dabei von einem symmetrischen Strahlengang durch das Prisma aus.

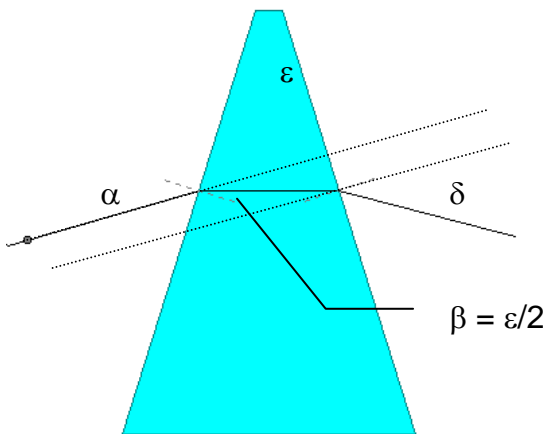
Der Winkel der brechenden Kante beträgt 35° und die gesamte Ablenkung betrage für rotes Licht 31° .

Leiten Sie die notwendigen Formeln aus dem Brechungsgesetz her.

- b) Berechnen Sie die Winkeltrennung von rotem und violettem Licht bei diesem Prisma, falls der Brechungsindex für violettes Licht $n = 1,95$ ist.

Lösung zu a)

Da es sich hier um einen symmetrischen Strahlengang durch das Prisma handelt, kann man folgendermaßen argumentieren:



Ist der Einfallswinkel α , dann gilt für den Brechungswinkel β wegen der Symmetrie

$$\beta = \epsilon/2$$

und man erhält für die Ablenkung bei dieser Brechung $\alpha - \beta = \alpha - \epsilon/2$

Wegen der Symmetrie ergibt sich für den gesamten Ablenkwinkel

$$\delta = 2 \cdot (\alpha - \epsilon/2) = 2\alpha - \epsilon$$

Also ist

$$\alpha = \frac{\delta + \epsilon}{2}$$

Mit dem Brechungsgesetz erhält man demzufolge:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \frac{\delta + \epsilon}{2}}{\sin \frac{\epsilon}{2}}$$
$$= \frac{\sin \frac{31^\circ + 35^\circ}{2}}{\sin \frac{35^\circ}{2}} = 1,81$$

Lösung zu b)

Gemäß obigen Formeln ergibt sich für die Ablenkung bei $n = 1,95$:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \frac{\delta + \varepsilon}{2}}{\sin \frac{\varepsilon}{2}}$$

$$\sin \frac{\delta + \varepsilon}{2} = n \cdot \sin \frac{\varepsilon}{2}$$

$$\frac{\delta + \varepsilon}{2} = \arcsin\left(n \cdot \sin \frac{\varepsilon}{2}\right)$$

$$\delta = 2 \cdot \arcsin\left(n \cdot \sin \frac{\varepsilon}{2}\right) - \varepsilon$$

numerisch erhält man

n_{violett}	1,95
ε	35,0 °
δ_{violett}	36,8 °
δ_{rot}	31,0 °
Winkeltrennung	5,8 °