

Aufgabe 1: Das Zyklotron

Zur Erforschung von Elementarteilchen und auch zum Einsatz in Medizin und Technik benötigt man Teilchen, die hohe Energie besitzen. Diese hohen Energien erreicht man in so genannten Beschleunigern. Eine spezielle Ausführung eines Beschleunigers ist das Zyklotron.

Die prinzipielle Funktionsweise des Zyklotrons kann man den beiden folgenden Abbildungen 1a und 1b entnehmen.

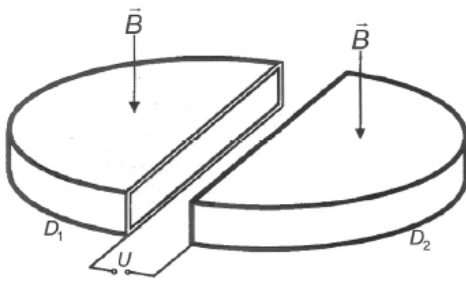


Abbildung 1a

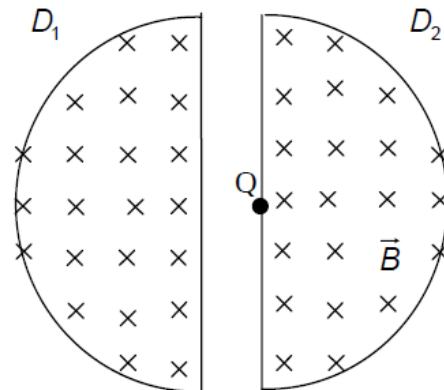


Abbildung 1b: Ansicht von oben (Draufsicht)

Die gesamte Anordnung befindet sich im Vakuum.

Sie besteht hauptsächlich aus zwei innen hohlen D-förmigen Elektroden D_1 und D_2 , deren Form man sich wie eine in zwei Teile geschnittene flache Dose vorstellen kann.

An diese Elektroden, die so genannten Duanten, wird eine Spannung U angelegt, die ein elektrisches Feld erzeugt, das nur im Spalt zwischen den Duanten, nicht aber im Inneren der hohlen Duanten vorhanden ist.

Die Breite des Spaltes zwischen den Duanten ist klein gegen ihren Durchmesser.

Im Punkt Q befindet sich eine Protonenquelle, die Protonen mit der Anfangsgeschwindigkeit $v = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ liefert.

Zur Vereinfachung wird angenommen, dass das homogene Magnetfeld nur im Inneren der Duanten, nicht aber im Bereich des Spaltes zwischen ihnen wirkt.

Vom Einfluss der Schwerkraft soll abgesehen werden.

- a) Zunächst sei an die Duanten eine **Gleichspannung** derart angelegt, dass der linke Duant D_1 negativ geladen ist. Bei einer bestimmten Stärke des Magnetfeldes B ergibt sich die in Abbildung 2 dargestellte Bahnkurve eines Protons.

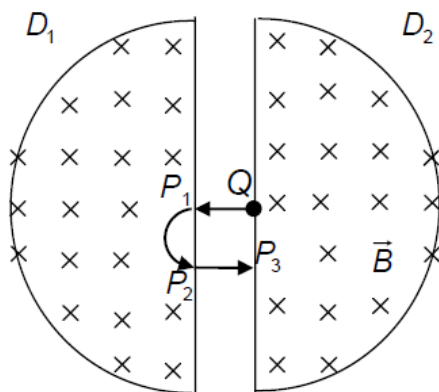


Abbildung 2

Geben Sie begründet die verschiedenen Bewegungsformen des Protons bis zum Erreichen des Punktes P_3 an.

Skizzieren Sie in Abbildung 2 die weitere Bahnkurve des Protons, nachdem dieses den Punkt P_3 erreicht hat, und begründen Sie sie. (12 Punkte)

- b) Nun wird die zwischen den Elektroden anliegende Spannung umgepolt, sobald sich das Proton zum ersten Mal im Inneren des Duanten D_1 befindet.

Erläutern und begründen Sie unter diesen Bedingungen die Bewegung eines Protons beginnend bei der Protonenquelle.

Skizzieren Sie seine Bahn (in Abbildung 2 gestrichelt) bis zum erstmaligen Austritt aus dem Duanten D_2 . (8 Punkte)

- c) Die Aufenthaltsdauer eines Protons in einem Duanten kann mit folgender Beziehung berechnet werden: $t_D = \frac{\pi \cdot m_p}{q \cdot B}$.

$$t_D = \frac{\pi \cdot m_p}{q \cdot B}$$

m_p	Masse des Protons
q	Ladung des Protons
B	Betrag der magnetischen Feldgröße

Leiten Sie diese Beziehung begründet her.

Begründen Sie, warum die Aufenthaltsdauer nicht vom Radius abhängt und daher der Radius nicht in der angegebenen Beziehung vorkommt. (7 Punkte)

- d) Die Geschwindigkeit des Protons soll jetzt schrittweise erhöht werden. Dazu wird an die Duanten eine Wechselspannung mit einer konstanten Frequenz angelegt.

*Begründen Sie anhand der oben angegebenen Beziehung für die Aufenthaltsdauer t_D , dass durch Anlegen einer Wechselspannung mit einer **konstanten** Frequenz eine schrittweise Erhöhung der Geschwindigkeit möglich ist.*

Hinweis: Da die Breite des Spalts zwischen den Duanten klein gegen ihren Durchmesser ist, kann die Beschleunigungszeit im Spalt dabei vernachlässigt werden.

Berechnen Sie begründet – unter Einbeziehung der Einheitenumformung – die Frequenz f der Wechselspannung, wenn die Stärke B des Magnetfeldes 1,5 T beträgt. (9 Punkte)

e) Bei den folgenden Berechnungen soll angenommen werden, dass zur Erzielung einer optimalen Beschleunigung die Protonen den Spalt jeweils dann durchlaufen, wenn die angelegte Wechselspannung ihren Maximalwert hat.

Der Scheitelwert der Wechselspannung sei $U_0 = 2 \cdot 10^4 \text{ V}$.

Da die zum Durchlaufen des Spalts benötigte Zeit im Vergleich zur Umlaufzeit sehr kurz ist, soll zur Vereinfachung der folgenden Berechnungen die angelegte Spannung während dieser Zeit konstant den Wert U_0 haben. Die Stärke B des Magnetfeldes sei $1,5 \text{ T}$.

Berechnen Sie die erreichbare Energie in MeV eines Protons nach 100 Umläufen.

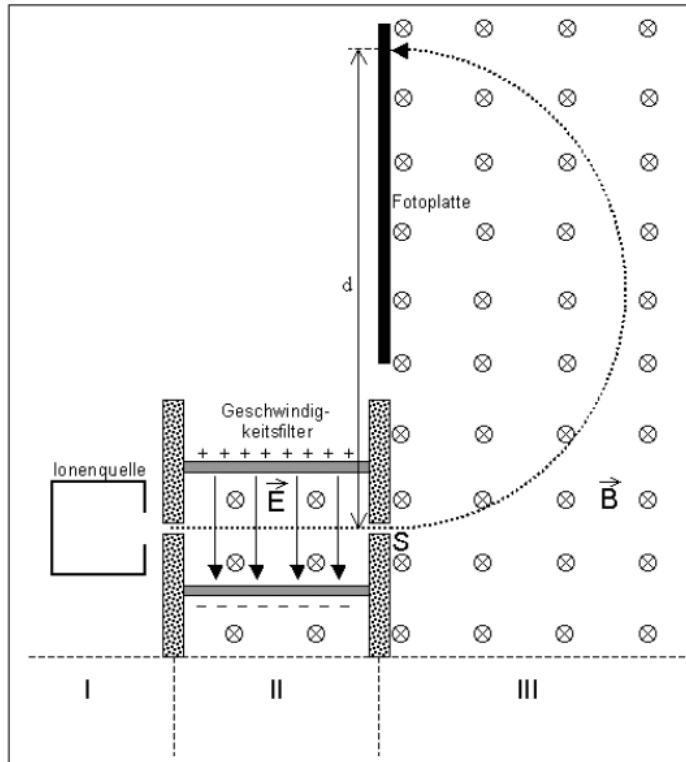
Berechnen Sie klassisch die dann erreichte Geschwindigkeit.

Berechnen Sie den Durchmesser, den ein Zyklotron in diesem Fall mindestens besitzen muss.

(9 Punkte)

Hausaufgabe

Aufgabe 1: Die Ablenkung von Ionen im Halbkreismassenspektrometer



Die obige Abbildung zeigt den Aufbau eines Massenspektrometers. Die Ionenquelle (Bereich I) liefert Isotope von einfach positiven Neon-Ionen nicht einheitlicher Geschwindigkeit. Im Inneren des Massenspektrometers (Bereiche II und III) herrscht ein homogenes, in die Papierebene gerichtetes Magnetfeld der Stärke $B = 0,55 \text{ T}$. Im Bereich II befindet sich senkrecht zum Magnetfeld und senkrecht zur Bewegungsrichtung der Ionen zusätzlich ein homogenes elektrisches Feld der Feldstärke $E = 150 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$.

- a) Der Bereich II des Massenspektrometers dient als Geschwindigkeitsfilter. Ihn können ausschließlich Neon-Ionen mit einer bestimmten Geschwindigkeit v_F geradlinig durchlaufen und durch den Spalt S in den Bereich III eintreten.

Beschreiben Sie die im Bereich II auf die Ionen wirkenden Kräfte.

Begründen Sie **qualitativ**, dass ausschließlich Ionen einer bestimmten Geschwindigkeit v_F den Bereich II geradlinig durchlaufen. (12 Punkte)

- b) Leiten Sie für die Filtergeschwindigkeit v_F der nichtabgelenkten Ionen die Gleichung

$$v_F = \frac{E}{B}$$

her, bestimmen Sie für die obigen Daten die sich ergebende Geschwindigkeit

und geben Sie dabei die Einheitenumformung explizit an. (14 Punkte)

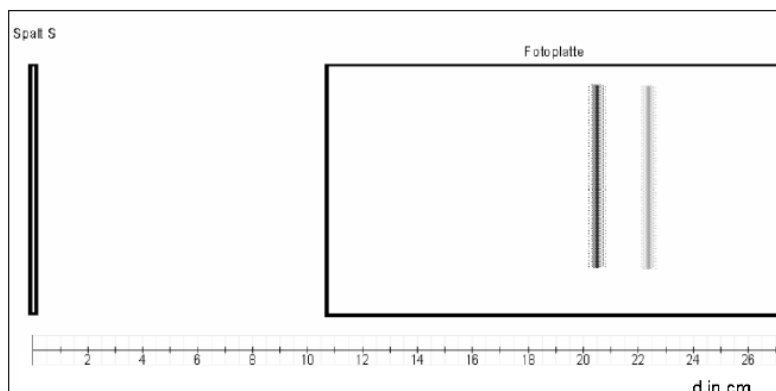
Die Länge d bezeichnet den Abstand zwischen Spalt S und dem Auftreffpunkt der Ionen auf der Fotoplatte (vgl. Abbildung oben).

- c) Beschreiben Sie die Form der Bahnkurve der Ionen im Bereich III und begründen Sie ihr Zustandekommen.

Leiten Sie die folgende Formel für die Ionenmasse m_{Ion} her:
$$m_{\text{Ion}} = \frac{d \cdot e \cdot B}{2 \cdot v_F}$$

(15 Punkte)

- d) Die folgende Abbildung zeigt die Fotoplatte aus dem Massenspektrometer und den Spalt S in ihrer experimentellen Anordnung nach der durchgeführten Messung:



Bestimmen Sie hieraus die Massen der nachgewiesenen Neon-Isotope (eine explizite Einheitenumformung ist dabei nicht verlangt) und zeigen Sie, dass es sich dabei um die Isotope mit den Massenzahlen 20 und 22 handelt. (11 Punkte)