

Von Alina Maier

1. Lösung der Hausaufgabe
2. Klausurrelevante Themen
3. Schnittpunkt zweier Geraden und Ebene mit Gerade

1. Spezielle Lösung

Für $n_1 = 1$

$$3 \cdot 1 - 6n_2 + 0n_3 = 0$$

$$-1 - 2n_2 - 1n_3 = 0$$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \\ -2 \end{pmatrix}}{\sqrt{1+0,25+4}} \vec{e}_n \rightarrow \frac{1}{\sqrt{5,25}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \\ -2 \end{pmatrix} = \vec{e}_n$$

$$E: \vec{x} \cdot \vec{n} = \vec{x}_0 \cdot \vec{n}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \\ -2 \end{pmatrix} = 1$$

Koordinatengleichung: $x_1 + 0.5x_2 - 2x_3 = 1$

$$\text{HNF: } \frac{1}{\sqrt{5,25}} (1x_1 + 0,5x_2 - 2x_3) = \frac{1}{\sqrt{5,25}}$$

2. Für Klausur

Kurvendiskussion (mit e-Funktion), Stammfunktion und Ableiten, Analytische Geometrie mit Parameterform, HNF, Koordinatenform, (Schnittpunkte/-gerade)

3. Schnittpunkt zweier Geraden:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

3 Gleichungen mit 2 Unbekannten \rightarrow

$$\left(\begin{array}{cc|c} 4 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & -2 \\ 3 & -1 & 4 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 4 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 14 \end{array} \right) \quad \mu = 14 \text{ und } 2\rho - 14 = -2 \quad \rho = 6$$

Um zu beweisen, dass die Geraden keinen Schnittpunkt haben, macht man die Probe, indem die Ergebnisse für ρ und μ in die noch nicht verwendete Gleichung eingesetzt werden.

$4 \cdot 6 - 14 = 3 \rightarrow 10 \neq 3$ Somit gibt es keinen Schnittpunkt und g_1 und g_2 liegen windschief zueinander. Man sieht auch, dass die Richtungsvektoren nicht kollinear zueinander sind, daher lässt sich vermuten, dass die Geraden windschief sind.

Schnittpunkt einer Gerade mit einer Ebene:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \vartheta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\rho \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \vartheta \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{array} \right) \rightarrow 2\vartheta = 2 \rightarrow \vartheta = 1$$

In 2. Gleichung: $-1\mu + 1\vartheta = 2 \rightarrow \mu = -1$

In 3. Gleichung: $1\rho - 1\mu = 3 \rightarrow \rho = 2$

Dann in die Geraden- oder Ebenengleichung einsetzen, um den Schnittpunkt herauszufinden:

$$E: \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$g: \vec{x} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \rightarrow SP: \langle 4|3|2 \rangle$$

Die Geradengleichung kann man nicht wie die Ebenengleichung in Koordinatenform schreiben, da man bei der Gerade keinen eindeutigen Normalenvektor hat.

Gerade – Ebene

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$E: 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5$$

Stützvektor steht senkrecht auf Ebene.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + \vartheta \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Bei drei Komponenten sind 2 Komponenten =0 und die dritte wird dann ausgerechnet.

$$2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - x_3 = 5$$

$$2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 - x_3 = 0$$

$$2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 - x_3 = 0$$