

## Stundenprotokoll der Stunde am 8.9.2014

### Thema: Übergangsmatrizen

Hierzu haben wir eine Abiturklausur von 2013 bearbeitet. Wir haben sowohl die Kompetenzen gesucht als auch die Operatoren und einige Aufgaben berechnet. In diesem Protokoll werde ich die gesamte Klausur lösen.

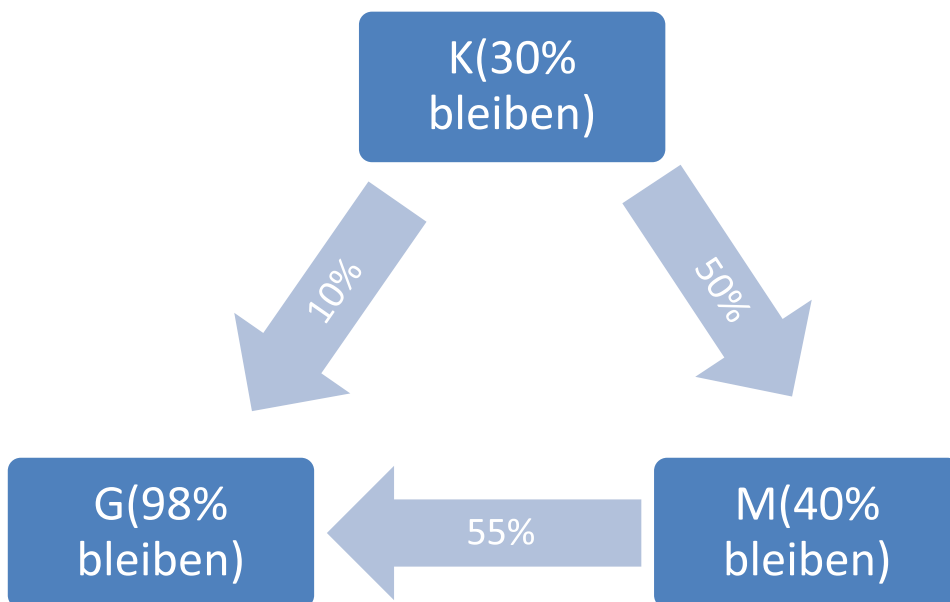
#### Aufgabenteil a:

Aufgabe: Stellen sie dieses Wachstumsverhalten durch ein Übergangsdiagramm dar und bestimmen Sie eine Übergangsmatrix, die dieses Wachstumsverhalten beschreibt.

Operator: Darstellen, Bestimmen

Kompetenzen: Aufstellen von Übergangsdiagrammen und Übergangsmatrizen

#### Übergangsdiagramm



## Übergangsmatrix

$$\begin{pmatrix} 0,3 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,4 & 0 \\ 0,1 & 0,55 & 0,98 \end{pmatrix}$$

### Aufgabenteil b:

1) Bestimmen Sie die Anzahl der Tannen in den einzelnen Größenklassen am Ende dieser Wachstumsperiode.

Operatoren: Bestimmen

Kompetenzen: Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\begin{pmatrix} 0,25 & 0 & 0 \\ 0,7 & 0,55 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0,95 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 450 \\ 4230 \\ 5320 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 112,5 \\ 2641,5 \\ 6746 \end{pmatrix}$$

$$K_1 = 112; M_1 = 2642; G_1 = 6746$$

Nach einer Wachstumsperiode hat die Größenklasse K 112 Bäume, Größenklasse M 2642 Bäume und Größenklasse G 6746.

2) Bestimmen Sie die Anzahl der Tannen in den einzelnen Größenklassen eine Wachstumsperiode vor dem Zeitpunkt der Bestandsaufnahme.

Operatoren: Bestimmen

Kompetenzen: Lineares Gleichungssystem mit 3 Unbekannten lösen

$$\begin{pmatrix} 0,25 & 0 & 0 \\ 0,7 & 0,55 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0,95 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 450 \\ 4230 \\ 5320 \end{pmatrix}$$

- I.  $0,25x_1 = 450$
- II.  $0,7x_1 + 0,55x_2 = 4230$
- III.  $0,4x_2 + 0,95x_3 = 5320$

$$\Leftrightarrow x_1 = 1800; x_2 = 5400; x_3 = 3326,315$$

Der Bestand betrug 1800 Bäume von K, 5400 von M und 3326 von G eine Periode vor der Bestandsaufnahme.

- 3) Zeigen Sie ausgehend von einem beliebigen Bestandsvektor  $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ , dass der Gesamtbestand an Tannen am Ende einer Wachstumsperiode 95% des Bestandes zu Beginn dieser Wachstumsperiode beträgt.

Operatoren: Zeigen

Kompetenz: Beweis führen

$$\begin{pmatrix} 0,25 & 0 & 0 \\ 0,7 & 0,55 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0,95 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,25x_1 \\ 0,7x_1 + 0,55x_2 \\ 0,4x_2 + 0,95x_3 \end{pmatrix}$$

**Summe:**  $0,95x_1 + 0,95x_2 + 0,95x_3 = 0,95 * (x_1 + x_2 + x_3)$

D.h. die Gesamtanzahl nach jeder beliebigen Wachstumsperiode beträgt 95% des Bestandes der der Vorherigen.

- 4) Berechnen Sie, nach wie vielen Wachstumsperioden erstmals weniger als 60% des ursprünglichen Gesamtbestandes an Tannen vorhanden sind.

Operatoren: Berechnen

Kompetenzen: Erkennen der Kompetenz

$$0,95^n < 0,6$$

$$n = \log_{0,95}(0,6) = 9,95 \approx 10$$

Nach 10 Wachstumsperioden liegt der Bestand erstmals unter 60% des ursprünglichen Bestandes.

Ich bitte Herr Bastgen die bearbeitete Klausur anzuhängen.

Von David Debus