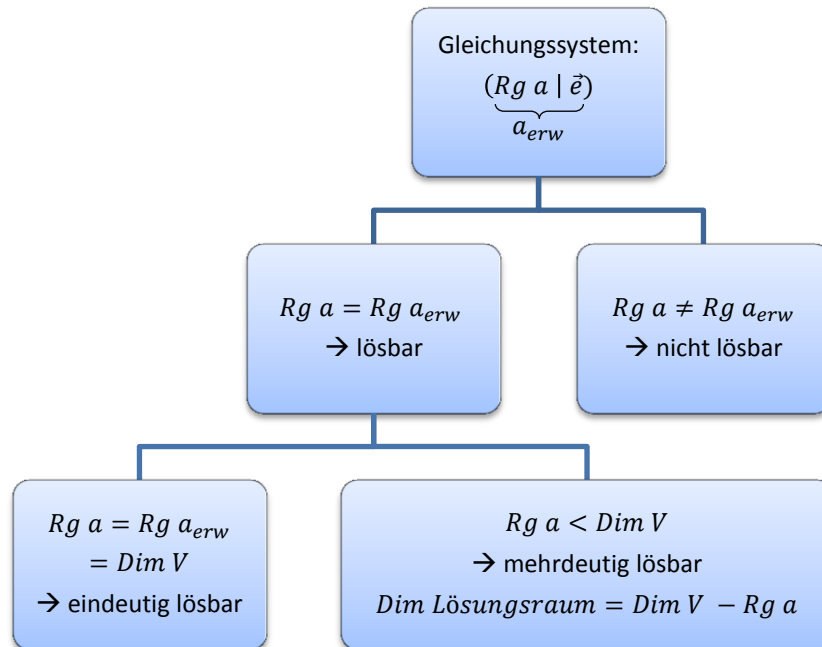


Stundenprotokoll 17.12.2012

von Felix Kirchmann

Lösbarkeit und Dimensionen von Gleichungssystemen

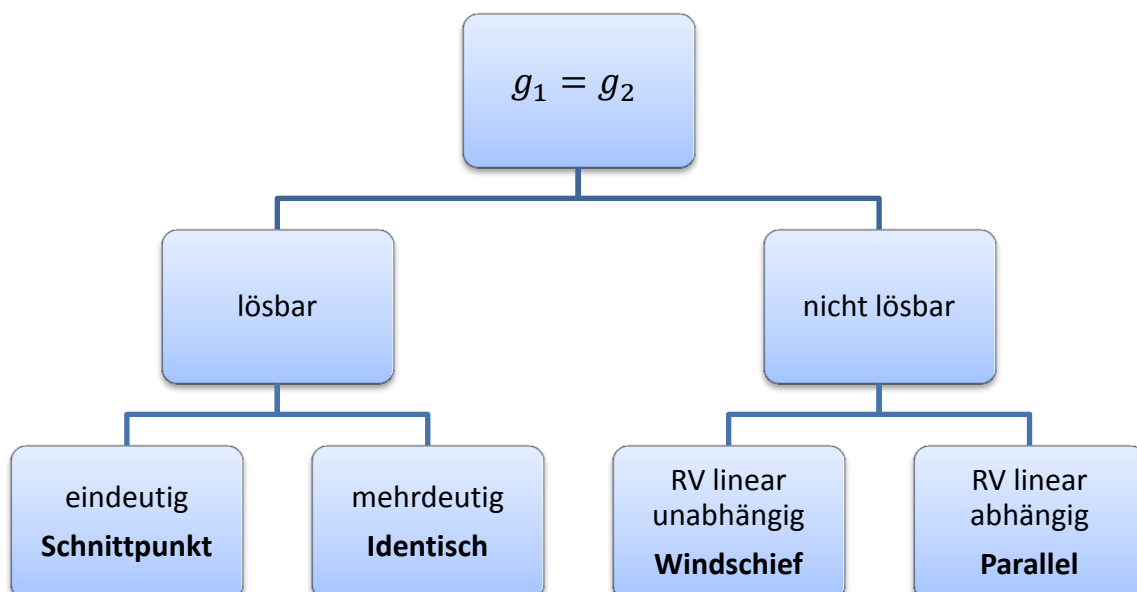


Dimensionen

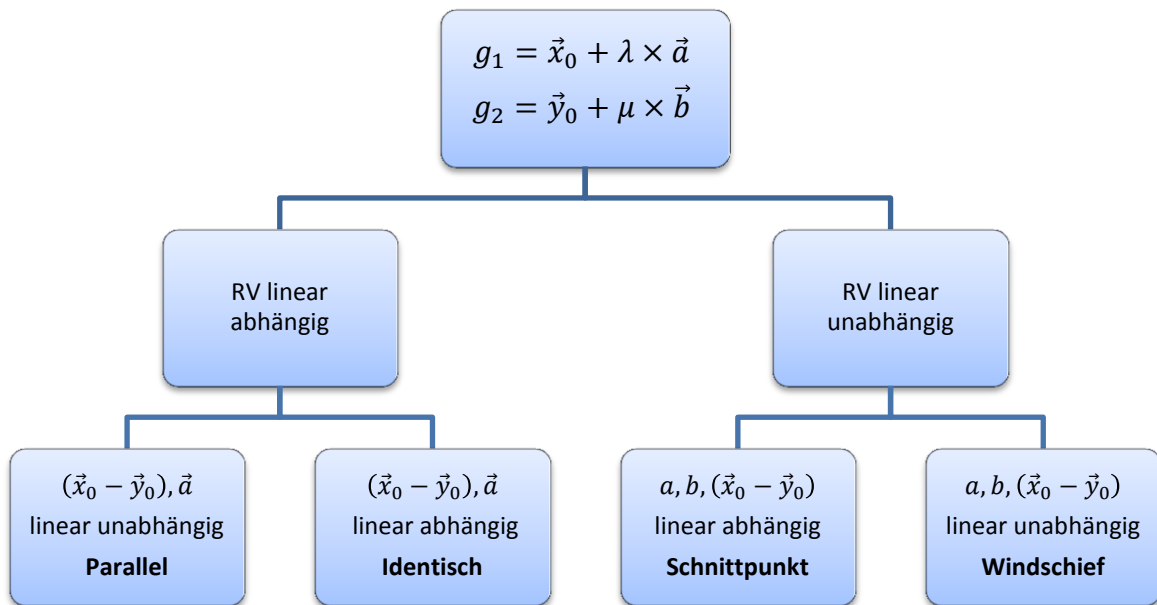
$Dim = 1$	Punkt
$Dim = 2$	Gerade
$Dim = 3$	Ebene
$Dim = Dim V - 1$	Hyperebene

Lagebeziehungen zweier Geraden

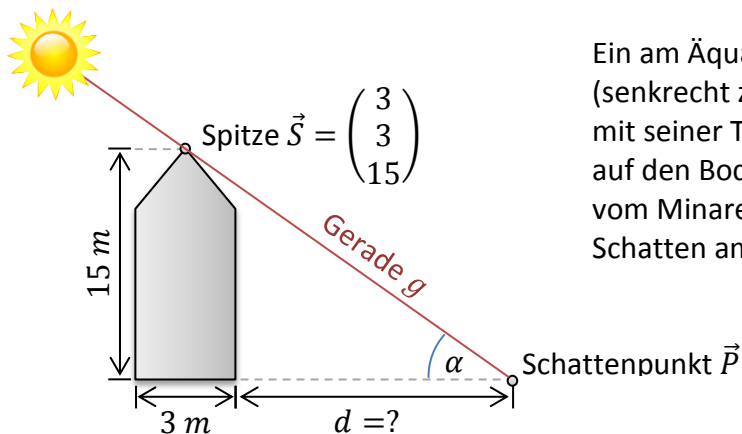
Über Lösbarkeit von Gleichungssystemen



Über lineare Abhängigkeit



Aufgabe: Minarett



Ein am Äquator stehendes Minarett (senkrecht zur $x_1 - x_2$ - Ebene) wirft mit seiner Turmspitze einen Schatten auf den Boden. In welchem Abstand d vom Minarett befindet sich dieser Schatten am 21. März um 16 Uhr?

Beispielrechnung

Feste Sonnenposition: $\vec{P} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 30 \end{pmatrix}$

Richtungsvektor: $\vec{a} = \vec{P} - \vec{S} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 30 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 15 \end{pmatrix}$

Gerade g : $\vec{x} = \vec{P} + \beta \times \vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 30 \end{pmatrix} + \beta \times \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 15 \end{pmatrix}$

$x_1 - x_2$ - Ebene E : $\vec{x} = \vec{0} + \gamma \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Gleichsetzen:

$$E = g$$

$$\gamma \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 30 \end{pmatrix} + \beta \times \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$\gamma \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \times \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 30 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 5 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & -15 & 30 \end{array} \right)$$

Lösen des Gleichungssystems ergibt: $\gamma = 8$; $\lambda = 8$; $\beta = 2$

$$\text{Einsetzen in } E: \vec{P} = 8 \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 8 \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Abstand von \vec{P} zum Minarett: $d = \|\vec{P}\| - \frac{3}{2} = \sqrt{2 \times 8^2} - \frac{3}{2} \cong 9,81 \text{ Meter}$

Winkel α : $\alpha = \vec{a} \angle \vec{P} = \cos^{-1} \left(\frac{|\vec{a} \times \vec{P}|}{\|\vec{a}\| \times \|\vec{P}\|} \right) \cong 61,76^\circ$