

Gedackt oder ungedackt?

Eine Orgelpfeife mit einem Grundton mit der Frequenz $f = 200 \text{ Hz}$ soll als Rohr, in dem sich stehende Wellen ausbreiten, betrachtet werden.

- (a) Die Schallgeschwindigkeit in Luft sei $c = 300 \text{ m/s}$. Welche Wellenlänge λ hat der Grundton?
(b) Orgelpfeifen können zwei offene Enden oder je ein offenes und ein geschlossenes Ende haben. Berechnen Sie für beide Fälle die Länge l der Orgelpfeife.
(c) Berechnen Sie für beide Fälle jeweils die Wellenlänge und die Frequenz des ersten Obertons.

Lösung: Orgelpfeife

(a) 1 Punkt

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{300 \text{ m s}^{-1}}{200 \text{ Hz}} = 1,5 \text{ m}$$

b)

1. Fall: beidseitig offen:

$$\text{allgemeine Formel: } l = n \frac{\lambda_n}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{Grundton: } l = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{1,5 \text{ m}}{2} = 0,75 \text{ m}$$

2. Fall: einseitig offen:

$$\text{allgemeine Formel: } l = n \frac{\lambda_n}{2} - \frac{\lambda_n}{4}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{Grundton: } l = \frac{\lambda_1}{4} = \frac{1,5 \text{ m}}{4} = 0,375 \text{ m}$$

c)

erster Oberton: $n = 2$

1. Fall:

$$l = n \frac{\lambda_n}{2} \Leftrightarrow \lambda_n = \frac{2l}{n}$$
$$\lambda_2 = \frac{2 \cdot 0,75 \text{ m}}{2} = 0,75 \text{ m}$$
$$f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{300 \text{ m s}^{-1}}{0,75 \text{ m}} = 400 \text{ Hz}$$

2. Fall:

$$l = n \frac{\lambda_n}{2} - \frac{\lambda_n}{4} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_n}{2} \Leftrightarrow \lambda_n = \frac{2l}{n - \frac{1}{2}}$$
$$\lambda_2 = \frac{2l}{\frac{3}{2}} = \frac{2 \cdot 0,375 \text{ m}}{\frac{3}{2}} = 0,50 \text{ m}$$
$$f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{300 \text{ m s}^{-1}}{0,50 \text{ m}} = 600 \text{ Hz}$$